

Distribuciones de muestreo de la media y proporción

1) Los candidatos a empleados del departamento de bomberos de cierta ciudad han de realizar un examen de actitudes. Las puntuaciones en dicho examen siguen una distribución normal con media 280 y desviación típica de 60. Se toma una muestra aleatoria de nueve puntuaciones de estos exámenes.

- ¿Cuál será el error estándar de la media muestral de las puntuaciones?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor de 270?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor de 250?
- Supongamos que la desviación típica de la población fuese 40 en lugar de 60. Sin repetir los cálculos, establecer como cambiarían las respuestas de los apartados (a), (b) y (c). Ilustrar las conclusiones con los gráficos adecuados.

Respuestas: a. 20 b. 0.3085 c. 0.9332 d. menor, menor, mayor

2) Se ha tomado una muestra de 16 directores de oficinas de corporaciones de una gran ciudad, con el fin de estimar el tiempo medio diario que emplean en desplazarse para ir hasta su trabajo. Supongamos que la distribución de dichos tiempo sigue una normal con media de 87 minutos y desviación típica de 22 minutos.

- ¿Cuál es el error estándar de la media muestral de los tiempos de desplazamiento?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea menor que 100 minutos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor de 80 minutos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral tome un valor entre 85 y 95 minutos?
- Supongamos que se toma una segunda muestra de quince directores independiente de la anterior. Sin hacer los cálculos, razonar si las probabilidades calculadas en los apartados (b), (c) y (d) serán mayores, menores o iguales para esta segunda muestra. Utilizar gráficos para ilustrar las respuestas.

Respuestas: a. 5.5 b. 0.9909 c. 0.8980 d. 0.5671 e. mayor, mayor, menor

3) Una compañía produce cereales para el desayuno. La media el peso que contienen las cajas de estos cereales es de 200 gramos y su desviación típica de seis gramos. La distribución de los pesos en la población es normal. Se eligen cuatro cajas, que pueden ser consideradas como una muestra aleatoria del total de la producción.

- ¿Cuál es el error estándar de la media muestral del peso de estas cuatro cajas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, como media el peso sea menor que 197 gramos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, como media el peso sea mayor que 206 gramos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, como media el peso esté entre 195 y 205 gramos?
- Se eligen al azar dos de estas cuatro cajas. ¿Cuál es la probabilidad de que, como media, el contenido de estas dos cajas pese entre 195 y 205 gramos?

Respuestas: a. 3 b. 0.1587 c. 0.0228 d. 0.905 e. 0.853

4) Supongamos que la desviación típica de la cuota pagada mensualmente por los estudiantes de cierta ciudad americana es de 40 dólares. Se toma una muestra de 100 estudiantes con el fin de estimar la renta media pagada mensualmente por el total de la población.

- ¿Cuál será el error estándar de la media muestral de la cuota mensual?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de cinco dólares?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté más de cuatro dólares por debajo de la media poblacional?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en más de tres dólares?

Respuestas: a. 4 b. 0.1056 c. 0.1587 d. 0.4532

5) El tiempo que dedican a estudiar los estudiantes de cierta universidad en la semana anterior a los exámenes finales sigue una distribución normal con una desviación típica de ocho horas. Se toma una muestra aleatoria de cuatro estudiantes con el fin de estimar el tiempo medio de estudio para esta población de estudiantes.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de dos horas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté más de tres horas por debajo de la media poblacional?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en más de cuatro horas?

Respuestas: a. 0.3085 b. 0.2266 c. 0.3174

6) En cierta ciudad americana hay 400 agentes que se dedican al negocio de venta de propiedades. El valor medio de las propiedades vendidas por estos agentes en un año es de 800,000 dólares, y su desviación típica es de 300,000 dólares. Se selecciona una muestra de 100 agentes y se anota el valor de las propiedades que han vendido en un año.

- a. ¿Cuál es el error estándar de la media muestral?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 825,000 dólares?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea mayor que 780,000 dólares?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté entre 790,000 y 820,000 dólares?

Respuestas: a. 26,013.3 b. 0.1685 c. 0.7794 d. 0.4274

7) En un curso de economía hay 250 estudiantes. Cada uno de los integrantes de una muestra aleatoria de 50 estudiantes es interrogado con el fin de estimar la cantidad de tiempo que gasta semanalmente en resolver los problemas de estadística. Supongamos que la desviación típica de la población es de treinta minutos.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral exceda a la media poblacional en más de 2.5 minutos?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté más de cinco minutos por debajo de la media poblacional?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral difiera de la media poblacional en más de diez minutos?

Respuestas: a. 0.2546 b. 0.0951 c. 0.00854

8) Para una audiencia de 600 personas que han acudido a escuchar un concierto, el tiempo medio empleado en desplazarse hasta el lugar del concierto fue de 32 minutos, con una desviación típica de diez minutos. Se toma una muestra de 150 personas de dicha audiencia.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral del tiempo sea superior a 31 minutos?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral del tiempo sea inferior a 33 minutos?
- c. Dibujar un gráfico que explique por que la respuesta en (a) y en (b) es la misma.
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral del tiempo esté entre 31 y 33 minutos?

Respuestas: a. 0.9207 b. 0.9207 d. 0.8414

9) En 1992 los canadienses votaron en un referéndum acerca de una nueva Constitución. En la provincia de Quebec, el 42.4% de la gente que votó lo hizo a favor de la nueva Constitución. Se tomó una muestra de 100 votantes de dicha provincia.

- a. ¿Cuál es la media de la proporción muestral que esta a favor de la nueva constitución?
- b. ¿Cuál es la varianza de la proporción muestral?
- c. ¿Cuál es el error estándar de la proporción muestral?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea mayor que 0.5?

Respuestas: a. 0.424 b. 0.00244 c. 0.04942 d. 0.0618

10) De acuerdo con los datos del Ministerio de Hacienda, el 15% de las declaraciones del IR del último año darán lugar a una devolución. Se toma una muestra aleatoria de 100 declaraciones.

- a. ¿Cuál es la media de la proporción muestral que darán lugar a una devolución?
- b. ¿Cuál es la varianza de la proporción muestral?
- c. ¿Cuál es el error estándar de la proporción muestral?

Respuestas: a. 0.15 b. 0.001275 c. 0.03571

11) El dueño de una tienda de discos ha comprobado que el 20% de los clientes que entran en su tienda realizan alguna compra. Cierta mañana, entraron en esta tienda 180 personas, que pueden ser consideradas como una muestra aleatoria de todos sus clientes.

- a. ¿Cuál es la media de la proporción muestral de clientes que realizaron alguna compra?
- b. ¿Cuál es la varianza de la proporción muestral?
- c. ¿Cuál es el error estándar de la proporción muestral?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea menor que 0.15?

Respuestas: a. 0.2 b. 0.000889 c. 0.0298 d. 0.0465

12) El administrador de una gran cadena de hospitales opina que, entre los pacientes un 30% generará facturas que se pagaran con más de 2 meses de retraso. Se toma una muestra de 200 pacientes.

- a. ¿Cuál es el error estándar de la proporción muestral?
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que esta proporción muestral sea inferior a 0.25?
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que esta proporción muestral sea superior a 0.33?
- d. ¿Cuál es la probabilidad de que esta proporción muestral esté entre 0.27 y 0.33?

Respuestas: a. 0.0324 b. 0.0618 c. 0.1762 d. 0.6476