

Ejercicios sobre intervalos de confianza y pruebas de hipótesis

1) Se sabe que el peso de los ladrillos producidos por una determinada fábrica sigue una distribución normal con una desviación típica de 0.12 kilos. En el día de hoy se extrae una muestra aleatoria de sesenta ladrillos cuyo peso medio es de 4.07 kilos.

- Calcular un intervalo de confianza del 99% para el peso medio de los ladrillos producidos hoy.
- Sin realizar cálculos, determinar si un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional tendría mayor, menor o la misma longitud que el calculado en el apartado (a).
- Se decide que mañana se tomara una muestra de 20 ladrillos. Sin realizar cálculos, determinar si un intervalo de confianza del 99% para el peso medio de los ladrillos producidos mañana tendría mayor, menor o la misma longitud que el calculado en el apartado (a).

Respuestas: a) (4.03, 4.11) b) menor c) mayor

2) Un director de producción sabe que la cantidad de impurezas contenida en los envases de cierta sustancia química sigue una distribución. Se extrae una muestra aleatoria de nueve envases cuyos contenidos de impurezas son los siguientes:

18.2	13.7	15.9	17.4	21.8
16.6	12.3	18.8	16.2	

- Calcular un intervalo de confianza del 90% para el peso medio poblacional de las impurezas.
- Sin realizar cálculos, determinar si un intervalo de confianza del 95% para la media poblacional tendría mayor, menor o la misma longitud que el calculado en el apartado (a).

Respuestas: a) (15.035, 18.498) b) mayor

3) La Dirección General de Tráfico quiere conocer la velocidad a la que circulan los automóviles en un tramo determinado de una carretera. Para una muestra de siete automóviles, el radar señaló las siguientes velocidades en k/h.

79	73	68	77	86	71	69
----	----	----	----	----	----	----

- Calcular la media y la varianza muestral.
- Suponiendo que la distribución de la población es normal, hallar un intervalo de confianza del 95% para la velocidad media de los automóviles que circulan por dicho tramo.

Respuestas: a) $\bar{x}=74.71$ $s = 6.40$ b) (68.79, 80.63)

4) Una empresa de alquiler de coches está interesada en conocer el tiempo que sus vehículos permanecen en el taller de reparaciones. Una muestra aleatoria de nueve coches indicó que el pasado año el número de días que estos coches habían permanecido fuera de servicio era:

16	10	21	22	8	17	19	14	19
----	----	----	----	---	----	----	----	----

Especificando las hipótesis necesarias, calcular un intervalo de confianza del 90% para el número medio de días que la totalidad de los vehículos de la empresa se encuentran fuera de servicio.

Respuesta: (13.25, 19.19)

5) Un ingeniero industrial desea estimar con un 90% de confianza y una precisión del 3% la proporción de artículos defectuosos que están saliendo de la línea de producción. ¿ De qué tamaño deberá tomar la muestra si:

- no dispone de información alguna?
- conoce que la proporción de artículos defectuosos nunca ha sido mayor de 0.12?.

Respuestas: a) 748 b) 316

6) Suponga que un estudio se diseña para reunir nuevos datos de fumadores y no fumadores, entre los 18 años o más.. La mejor estimación preliminar de la proporción poblacional de quienes fuman en este tramo de edades es de 30%.

- a) ¿De qué tamaño debe tomarse la muestra para estimar la proporción de fumadores en la población con un margen de error de 0.02? Emplee un nivel de confianza 95%.
 b) Suponga que el estudio usa su recomendación de tamaño de muestra del inciso (a), y ve que hay 520 fumadores. ¿Cuál es la estimación puntual de la proporción de fumadores?
 c) ¿Cuál es el intervalo de confianza de 95% para la proporción poblacional de fumadores?

Respuestas: a. 2017 personas b. 0.2578 c. (0.2387, 0.2769)

7) Se quiere probar la hipótesis nula de que "el salario medio de los motoristas del transporte público es igual a 165 dólares quincenales", contra quienes piensan que es menor. Una muestra de 16 de esos salarios produjo los resultados siguientes:

173 178 145 146 157 175 173 137
 152 171 163 170 135 159 199 131

Utilice $\alpha = 0.10$, y concluya si se aprueba o no la hipótesis

Respuesta: $H_a: \mu < 165$ $t_c = -1.028$ se acepta H_0

8) El tiempo para reparar un instrumento electrónico es una variable aleatoria medida en minutos que se distribuye normalmente. Los tiempos de reparación para 16 de tales instrumentos, elegidos al azar, se dan continuación:

159 280 201 212 224 379 179 264
 222 363 168 250 149 260 485 170

¿Parece razonable suponer que el tiempo medio real de reparación sea mayor que 245 minutos?

Respuesta: $H_a: \mu > 245$, $t_c = 0.122$, p-valor > 0.40 , se acepta H_0

9) Se investigó que el 26% de quienes visitan un determinado sitio deportivo de Internet son mujeres. El porcentaje se basó en una muestra de 380 visitantes.

- a) Hallar el intervalo de confianza de 95% para la proporción poblacional de usuarios mujeres.
 b) ¿Cuál es el margen de error asociado a la proporción estimada de mujeres?
 c) ¿Qué tamaño debería tener la muestra si queremos tener un margen de error del 3%?

Respuestas: a) (0.2159, 0.3041) b) 4.41% c) 822

10) La política de una comisión de tránsito consiste en agregar una ruta más de autobuses, si más del 55% de los viajeros potenciales indican que la utilizarían. Una muestra de 170 usuarios reveló que 95 tomarían una "vía norte sin pasar por el centro de la ciudad". ¿Cumple ésta vía con los criterios de la comisión de tránsito?. Utilice un nivel de significación del 5%.

Respuesta: $H_a: P > 0.55$, $z_c = 0.2313$, no

11) Un ingeniero industrial afirma que un nuevo molino de viento puede generar, en promedio, al menos 800 kilovatios de potencia diaria. Se asume que la potencia generada diariamente por el molino tiene una distribución normal con $\sigma = 120$ kilovatios. Se decide tomar una muestra de 45 observaciones y se aceptará la afirmación del ingeniero si la media muestral es 776 kilovatios o más y se rechazará en otro caso.

- a) ¿Cuál es la probabilidad α de cometer un error tipo I?
 b) Si la media de la población es, en realidad, de 740 kilovatios diarios, ¿cuál es la probabilidad β de cometer un error tipo II?

Respuestas: a) $z = -1.34$, $\alpha = 0.901$ b) $z = 2.01$, $\beta = 0.0228$

12) Una compañía de televisión afirma que el 60% de la tele audiencia mira su telenovela "Barreras de amor y odio", entre las 8:00 y 9:00 p.m. En una encuesta telefónica realizada durante un período determinado, en 300 hogares, 165 miraban esa telenovela. ¿Podría afirmarse que la audiencia se ha modificado? (**Respuesta:** $H_a: \mu \neq 0.60$, $z_c = 1.67$, p-valor = 0.0768, no)

13) Un Inspector de alimentos ha medido el porcentaje de impurezas encontradas en 12 frascos de cierta marca de mantequilla: 2.3, 1.9, 2.1, 2.8, 2.3, 3.6, 1.4, 1.8, 2.1, 3.2, 2.0 y 1.9.

Si los estándares de calidad establecidos admiten a lo sumo 2.1 de impurezas, comprobar si la muestra conduce a que se satisfacen los estándares

Respuesta: $H_a: \mu > 2.1$, $t_c = 1.014$, $0.10 < p\text{-valor} < 0.25$, si